MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ 6.03.2026

CLASA a VIII-a

1. Tétel (25 pont)

a) Bizonyítsátok be, hogy: $(a-1)^2(2a^2-2a+1)=2a^4-6a^3+7a^2-4a+1, a\in\mathbb{Z}$

b) Ha $A=a^5+5a$, mutassátok ki, hogy A osztható 6-tal, bármely a egész szám esetén.

c) Hasonlítsátok össze az A és B számokat, ahol $B=a^5+2a^4-6a^3+7a^2+a+1, a\in\mathbb{Z}$.

2. Tétel (25 pont)

Adott az $ABCDA'B'C'D'$ kocka, ameynek az oldala 8 cm. Legyen M és N az $A'D'$, illetve $C'D'$ oldalak felezőpontjai.

a) Bizonyítsátok be, hogy az M, N, C, A koplanáris pontok.

b) Határozzátok meg a kocka és az (MNA) sík által alkotott alakzat területét.

c) Számítsátok ki az (MNA) és (ABC) síkok által alkotott szög koszinuszát.

3. Tétel (20 pont)

Adott az ABC egyenlő oldalú háromszög, amelynek az oldala 12 cm. A háromszög BC oldala az α síkban van. Az AB és az α sík közötti szög 30^0 és jelölje D az A pont vetületét az α síkra. Határozzátok meg:

a) A D pont távolságát az (ABC) síktól.

b) Az (ABC) és α sík által alkotott hajlásszög szinuszát.

4. Tétel (20 pont)

Adott a következő kifejezés:

$$E(x,y)=\left(\frac{x+y+1}{(2x+y)(3x+2y+1)}+\frac{x+y+3}{(3x+2y+1)(4x+3y+4)}+\frac{x+y+5}{(4x+3y+4)(5x+4y+9)}\right):\frac{x+y+3}{5x+4y+9}$$

ahol $x,y,z\in(0;+\infty)$

a) Bizonyítsátok be, hogy $\frac{1}{x+y}-\frac{1}{2x+y}=\frac{x}{(x+y)(2x+y)}$, bármely $x,y\in(0;+\infty)$.

b) Bizonyítsátok be, hogy $E(x,y)=\frac{3}{2x+y}$.

Subiectele au fost - propuse de prof: Elena Măgdaș, Școala Gimnazială "Horea" Cluj-Napoca
prof: Ioana Ludușan, Colegiul Național "Gheorghe Șincai" Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Minden tétel kötelező.
Munkaidő – 2 óra.

Succes!

„Binele ce-l faci la oarecine, ţi-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann